

## Предисловие

Опыт работы авторов и наших коллег в высшей школе показывает, что выпускники средних школ и студенты недостаточно хорошо знают основные элементарные функции, особые затруднения вызывает вопрос определения этих функций. Часто они формально перечисляют свойства основных элементарных функций, но, к сожалению, не могут четко и ясно сформулировать определение этих функций и доказать их непрерывность. В чем причина такого положения? Основной объективной причиной является то, что вопрос определения основных элементарных функций, за исключением функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ , действительно является трудным и сложным. Ведь только на базе теории пределов и непрерывности функций может быть построена стройная теория основных элементарных функций. Предел и непрерывность изучают в старших классах, но учащиеся их трудно усваивают, а многие просто не понимают, поэтому вопросы, связанные с определением основных функций, повисают в воздухе. Да и сами учителя математики не уделяют должного внимания этим вопросам. Это происходит либо от их слабой подготовленности по теории основных элементарных функций, либо от недостаточного освещения этих вопросов в научно-методической литературе для учителей. Следует отметить, что имеющаяся учебно-методическая литература часто однобоко подходит к определению основных элементарных функций, хотя существуют различные подходы к определению этих функций. Такое одностороннее изучение основных элементарных функций не дает возможности более глубоко понять их природу.

Основной целью предлагаемого учебного пособия является изучение вопроса об определении и непрерывности элементарных функций. При этом предложены различные подходы к определению этих функций. Пособие написано на основе лекций профессора К.Б. Сабитова, прочитанных студентам физико-математического факультета Стерлитамакской государственной педагогической академии и учителям математики и информатики г. Стерлитамака и сельских районов Республики Башкортостан. Ю.К. Сабитова систематизировала эти лекции, подобрала зада-

ния для самостоятельной работы и осуществила компьютерный набор и верстку.

Предлагаемое учебное пособие разделено на 11 параграфов. В первом параграфе для удобства читателей приведены вспомогательные сведения из курса математического анализа, необходимые для определения основных элементарных функций и обоснования их свойств.

Изучение основных элементарных функций начинается со степенной функции с рациональным показателем. Показательная функция определяется на основании понятия степени действительного числа и изучаются все её свойства. Следующий параграф посвящен другим подходам к определению показательной функции. В каждом из предложенных четырех подходов дано новое определение показательной функции и выведены её свойства. Логарифмическая функция в начале определяется как обратная к показательной функции, затем предложены еще два подхода к определению логарифмической функции. Степенная функция с действительным показателем определяется как композиция показательной и логарифмической функций. Тригонометрические функции синус и косинус традиционно определяются на основании геометрического преобразования поворота и обосновываются их свойства. Далее рассматриваются ещё четыре подхода к определению функций синус и косинус (как решение системы функциональных уравнений и дифференциального уравнения, как суммы степенных рядов и на основании аналитического определения угла). В последних параграфах изучаются обратные тригонометрические функции. Сначала они определяются как обратные тригонометрическим функциям, после этого излагается интегральное определение обратных тригонометрических функций.

Данное пособие предназначено для студентов физико-математических факультетов, учителей математики и информатики, учащихся старших классов средних школ. Содержание параграфов, где изложены нетрадиционные подходы к определению основных элементарных функций, может быть использовано при организации кружковой работы по решению функциональных уравнений или как спецкурс по углубленному изучению основ элементарных функций.

*Авторы*