

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга является элементарным введением в общую теорию экстремальных задач (задач минимизации функционалов на подмножествах нормированных пространств) и такие тесно связанные с ней разделы математики, как математическое программирование, вариационное исчисление и оптимальное управление.

Хотя имеется очень большой выбор руководств разной степени трудности и по линейному и нелинейному программированию, и по вариационному исчислению, и по оптимальному управлению, книг, в которых изложение этих дисциплин ведется с общей точки зрения теории экстремальных задач, сравнительно немного, и почти все они достаточно сложны для первого знакомства (отметим здесь книги [2, 3, 6, 11, 12, 14, 15, 19, 28, 37, 45]).

Требования к математической подготовке читателя данного учебного пособия умеренны: стандартные курсы анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Несмотря на то что в первой главе приведены основные понятия и определения функционального анализа, желательное предварительное знакомство с ним. В то же время из серьезных результатов функционального анализа в книге использованы по существу только принцип сжатых отображений и теорема Хана–Банаха. Остальные необходимые сведения из функционального анализа: дифференцирование отображений нормированных пространств, теоремы отделимости для выпуклых множеств и конусов и т.д., содержатся в первой главе.

Центральное место в книге занимает вторая глава, где с помощью понятия конуса допустимых направлений сформулированы необходимые условия минимума (первого и второго порядков) гладкого функционала на некотором подмножестве нормированного пространства. Приведены также некоторые достаточные условия в этой задаче. Проблема существования решений рассмотрена только в простейших случаях.

После этого вывод в последующих главах таких классических результатов, как, например, теорема Куна–Таккера в математическом про-

граммировании, уравнения Эйлера и Якоби в вариационном исчислении или принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении, сводится к вычислению производных соответствующих функционалов, построению конусов допустимых направлений и интерпретации общих необходимых (или достаточных) условий в данных конкретных задачах.

Пособие рассчитано на студентов математических, инженерных и экономических специальностей и основано на курсах лекций по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации», которые автор читал в Днепропетровском государственном университете и Ленинградском педагогическом институте им. А.И. Герцена.

Символ \diamond обозначает конец определения, доказательства и т. д.