

Оглавление

Предисловие	9
Глава 1. Об учете погрешностей приближенных вычислений	12
1.1. Общая формула для оценки главной части погрешности	12
1.2. Статистический и технический подходы к учету погрешностей действий	17
1.3. Понятие о погрешностях машинной арифметики	19
1.4. Примеры неустойчивых задач и методов	25
1.5. Обусловленность линейных алгебраических систем	28
1.6. Погрешности корней скалярных уравнений с приближенными коэффициентами	34
1.7. Корректные и некорректные задачи. Понятие о методах регуляризации	39
Упражнения	50
Глава 2. Решение линейных алгебраических систем (прямые методы)	52
2.0. Введение	52
2.1. Алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса с постолбцовым выбором главного элемента	55
2.2. Применение метода Гаусса к вычислению определителей и к обращению матриц	59
2.3. LU-разложение матриц	62
2.4. Решение линейных систем и обращение матриц с помощью LU-разложения	65
2.5. Разложение симметричных матриц. Метод квадратных корней	72
2.6. Метод прогонки решения систем с трехдиагональными матрицами коэффициентов	75
2.7. Метод вращений решения линейных систем	80
2.8. Два замечания к применению прямых методов	85
Упражнения	88
Глава 3. Итерационные методы решения линейных алгебраических систем и обращения матриц	91
3.1. Решение СЛАУ методом простых итераций	91
3.2. Метод Якоби	99
3.3. Метод Зейделя	102
3.4. Понятие о методе релаксации	111
3.5. О других итерационных методах решения СЛАУ	115

3.6. Быстросходящийся итерационный способ обращения матриц	124
3.7. О роли ошибок округления в итерационных методах	129
<i>Упражнения</i>	132
Глава 4. Методы решения алгебраических проблем собственных значений	135
4.1. Собственные пары матриц и их простейшие свойства	135
4.2. Степенной метод.....	141
4.3. Обратные итерации.....	153
4.4. Метод вращений Якоби решения симметричной полной проблемы собственных значений.....	161
4.5. Понятие об LU-алгоритме для несимметричных задач	172
4.6. QR-алгоритм.....	176
<i>Упражнения</i>	187
Глава 5. Методы решения нелинейных скалярных уравнений	190
5.1. Локализация корней	190
5.2. Метод дихотомии. Метод хорд	197
5.3. Типы сходимостей итерационных последовательностей	201
5.4. Метод Ньютона	204
5.5. Применение метода Ньютона к вычислению значений функций.....	214
5.6. Модификации метода Ньютона. Метод секущих	217
5.7. Полюсные методы Ньютона и секущих	228
<i>Упражнения</i>	241
Глава 6. Скалярная задача о неподвижной точке. Алгебраические уравнения	243
6.1. Задача о неподвижной точке. Метод простых итераций	243
6.2. Ускорение сходимости последовательных приближений	254
6.2.1. Δ^2 -процесс Эйткена	256
6.2.2. Метод Вегстейна	261
6.3. Нелинейные уравнения с параметром. Бифуркации	264
6.4. О методах решения алгебраических уравнений. Метод Бернулли	272
<i>Упражнения</i>	279
Глава 7. Методы решения систем нелинейных уравнений	281
7.1. Векторная запись нелинейных систем. Метод простых итераций	281
7.2. Метод Ньютона, его реализации и модификации	285
7.3. Метод Брауна	292
7.4. Метод секущих Бройдена.....	294
7.5. Обобщение полюсного метода Ньютона на многомерный случай.....	300

7.6. О решении нелинейных систем методами спуска.....	306
7.7. Численный пример	311
7.8. Сходимость метода Ньютона и некоторых его модификаций	313
Упражнения	326
Глава 8. Полиномиальная интерполяция	328
8.1. Задача и способы аппроксимации функций	328
8.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа	331
8.3. Интерполяционная схема Эйткена	340
8.4. Конечные разности	346
8.5. Конечноразностные интерполяционные формулы	352
8.6. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов	365
8.7. Обратное интерполирование.....	371
8.8. Интерполяция с кратными узлами	376
Упражнения.....	381
Глава 9. Многочлены Чебышева и наилучшие равномерные приближения	384
9.1. Определение и свойства многочленов Чебышева	384
9.2. Интерполяция по чебышевским узлам	389
9.3.0 многочленах наилучших равномерных приближений	392
9.4. Экономизация степенных рядов	398
Упражнения _	402
Глава 10. Метод наименьших квадратов и наилучшие среднеквадратические приближения	404
10.1. Простейшая обработка эмпирических данных методом наименьших квадратов	404
10.2. Обобщенные многочлены наилучших среднеквадратических приближений	412
10.3. О нормальной системе МНК при полиномиальной аппроксимации	416
10.4. Системы ортогональных многочленов	420
10.5. Простая процедура построения системы ортогональных многочленов.....	423
10.6. Аппроксимация функций многочленами Фурье	426
Упражнения	429
Глава 11. Интерполяционные сплайны	431
11.1. Кусочно-полиномиальная аппроксимация. Линейные фильтры	431
11.2. Определение сплайна. Интерполяционный кубический сплайн дефекта 1	437

11.3. Квадратичный сплайн дефекта I	445
11.4. Базисные сплайны	453
11.5. Эрмитовы (локальные) сплайны	458
<i>Упражнения</i>	464
Глава 12. Численное интегрирование	465
12.1. Задача численного интегрирования. Квадратурные формулы прямоугольников.....	465
12.2. Семейство квадратурных формул Ньютона-Котеса	471
12.3. Составные квадратурные формулы трапеций и Симпсона	478
12.4. Соотношения между формулами прямоугольников, трапеций и Симпсона	481
12.5. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей. Алгоритм Ромберга	483
12.6. Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса	487
12.7. Формулы Гаусса-Кристоффеля	495
12.8. Приемы приближенного вычисления несобственных интегралов	501
<i>Упражнения</i>	508
Глава 13. Аппроксимация производных	510
13.1. Вывод формул численного дифференцирования	510
13.2. Остаточные члены простейших формул численного дифференцирования	514
13.3. Оптимизация шага численного дифференцирования при ограниченной точности значений функции.....	524
<i>Упражнения</i>	531
Глава 14. Методы Эйлера и Рунге-Кутты решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	533
14.1. Постановка задачи. Классификация приближенных методов. Метод последовательных приближений	533
14.2. Метод Эйлера — разные подходы к построению	537
14.3. Несколько простых модификаций метода Эйлера	541
14.4. Исправленный метод Эйлера	545
14.5. О семействе методов Рунге-Кутты. Методы второго порядка	546
14.6. Методы Рунге-Кутты произвольного и четвертого порядков	548
14.7. Пошаговый контроль точности. Метод Кутты-Мерсона	551
<i>Упражнения</i>	556
Глава 15. Линейные многошаговые методы	558
15.1. Многошаговые методы Адамса	558
15.2. Методы прогноза и коррекции. Предиктор-корректорные методы Адамса	565
15.3. Метод Милна четвертого порядка	568

15.4. Общий вид линейных многошаговых методов. Условия согласованности	571
15.5. О численном решении систем дифференциальных уравнений первого порядка	577
15.6. Численное решение дифференциальных уравнений высших порядков. Методы Адамса-Штёрмера	578
<i>Упражнения</i>	584
Глава 16. О проблемах численной устойчивости	586
16.1. Общая схема решения задач численного анализа. Аппроксимация, устойчивость, сходимость	586
16.2. Простейшие разностные аппроксимации задачи Коши. Глобальная погрешность метода Эйлера	590
16.3. Краткие сведения о решениях линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами	594
16.4. Устойчивость и неустойчивость некоторых простейших разностных схем	597
16.5. Исследование устойчивости многошаговых методов	601
16.6. Жесткие уравнения и системы	604
16.7. A - и $A(a)$ -устойчивость. Чисто неявные методы	610
<i>Упражнения</i>	616
Глава 17. Методы приближенного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	618
17.1. Постановка задачи. Классификация приближенных методов	618
17.2. Методы сведения краевых задач к начальным	620
17.3. Метод конечных разностей	626
17.4. Метод коллокации	631
17.5. Метод Галёркина	637
17.6. Метод конечных элементов	642
<i>Упражнения</i>	652
Глава 18. Численное решение интегральных уравнений	655
18.1. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях	655
18.2. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма	663
18.3. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра	669
18.4. Квадратурно-итерационный метод построения резольвент	679
<i>Упражнения</i>	686

Глава 19. Дифференциальные уравнения с частными производными	688
19.1.Примеры уравнений математической физики. Классификация уравнений с частными производными	688
19.2.Постановки задач для уравнений математической физики	693
19.3.Метод разделения переменных.....	696
19.4.Метод прямых	701
19.5.Вариационные методы. Метод Рунге (общая схема)	710
19.6.Метод Рунге для двумерной задачи Дирихле	715
19.7.О двумерном методе конечных элементов.....	721
<i>Упражнения</i>	726
Глава 20. Конечноразностные методы решения эволюционных задач	727
20.1.Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности.....	727
20.2.Аппроксимация, устойчивость, сходимость разностных схем для уравнения теплопроводности.....	733
20.3.Двухслойный шеститочечный и другие шаблоны для параболических уравнений.....	737
20.4.Дискретизация волнового уравнения.....	740
20.5.О консервативных схемах и о разрывных решениях.....	744
20.6.Разностные схемы для параболического уравнения с двумя пространственными переменными.....	748
<i>Упражнения</i>	756
Глава 21. Метод конечных разностей для стационарных задач .759	
21.1.Конечноразностная дискретизация краевых задач для эллиптических уравнений	759
21.2.О специфике СЛАУ, аппроксимирующих эллиптические уравнения, и прямых методах их решения.....	768
21.3.Об итерационном решении сеточных уравнений.....	775
21.4.Методы установления	782
<i>Упражнения</i>	786
Заключительное замечание	788
Приложение 1. Некоторые сведения из функционального анализа	790
Приложение 1. Образцы постановок лабораторных заданий	808
Литература	820
Предметный указатель	829
Указатель обозначений и сокращений	839