Предисловие

Эта книга посвящена изучению методов решения основных задач вычислительной линейной алгебры, к каковым относятся:

- решение систем линейных алгебраических уравнений,
- линейная задача о наименьших квадратах,
- алгебраическая проблема собственных значений,
- задача о сингулярных числах матриц.

Варьируются как постановки задач (только с вещественными векторами и матрицами; проблемы больших размерностей не затрагиваются), так и методы их решения.

Многие численные методы опираются на те или иные факторизации матриц, в связи с чем используемым здесь треугольным и ортогональным разложениям квадратных матриц и лежащим в их основе преобразованиям отведена первая глава. Наиболее сложное, а именно сингулярное, разложение прямоугольных матриц рассматривается в шестой главе, а некоторые его применения — в седьмой.

Из соображений полноты и самодостаточности материала в этом учебном пособии автор не мог избежать большого пересечения нового издания с предыдущими своими книгами [11-14]. В первую очередь это относится к наполнению второй, третьей и четвертой глав, где сосредоточены сведения о прямых и итерационных методах решения, в основном хорошо обусловленных систем уравнений и задач на собственные значения.

Большое внимание в этой книге уделяется методам, основанным на ортогональных преобразованиях отражения (Хаусхолдера) и вращения (Гивенса), в частности **QR**-алгоритму. Этот алгоритм, описываемый в главе 5, не только решает проблему нахождения всех собственных чисел в общем случае несимметричных матриц, но также существенно используется в процессе вычисления сингулярных чисел.

Чтобы не затенять идеи и способы реализации рассматриваемых методов, вопросы арифметической сложности, численной устойчивости и улучшения обусловленности отнесены в последнюю, восьмую главу, хотя по ходу изложения местами приходится их затрагивать.

Описание методов сопровождается рассмотрением примеров, все главы заканчиваются небольшими наборами задач для самостоятельного решения. Для успешного усвоения материала всё это желательно дополнить решением задач из специализированных сборников (таких как [5, 37, 60, 63]) и выполнением вычислительных лабораторных работ (см. [12-14, 55] и др.).

В приложении приводятся краткие сведения: 1) о векторных и матричных нормах; 2) об особенностях компьютерной арифметики. Первое — это тот инструмент, без которого немыслимо изучение численных методов, а второе — тому, кто изучает методы, следует постоянно иметь в виду, чтобы понимать разницу между «идеальным» методом и его реальным воплощением.

Для обозначения матриц и векторов в книге используется только жирный шрифт (векторно-матричный стиль): заглавные буквы — для матриц, строчные — для векторов. Возможно, несколько вольно автор распоряжается символом «:=». В разных ситуациях его следует воспринимать либо как «присвоить», «вычислить по формуле», либо как «положить по определению», «обозначить». Например, формула $\Delta(\lambda) := \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}) = 0$ с переменной λ должна быть воспринята как уравнение, левая часть которого обозначена посредством $\Delta(\lambda)$.

Более полное и глубокое отражение затрагиваемых здесь вопросов можно найти в книгах [17,23,26,45,54,57,67,68]; конкретные ссылки на эти и другие учебные пособия и монографии даются по ходу изложения материала.

Автор выражает искреннюю благодарность заведующему кафедрой «Прикладная математика и информатика» ИжГТУ доценту А. А. Айзиковичу за поддержку и внимание к работе, профессору А. Л. Тептину за прочтение рукописи и ценные замечания, а также всем тем, кто так или иначе причастен к появлению этой книги.

В. М. Вержбицкий